

II (фінальний) етап Теоретичний тур
11 клас

1. «Магнітна синусоїда»

Вертикальна складова магнітного поля Землі у м. Дніпро дорівнює 44 мкТл.

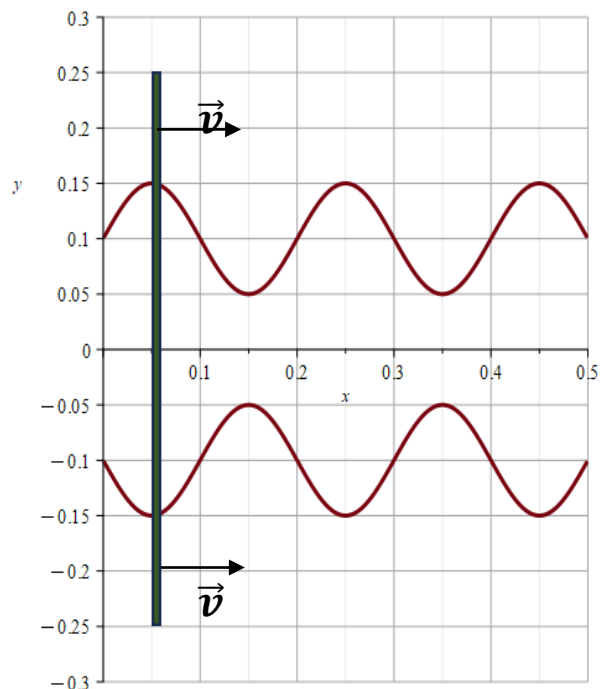
А) Яка різниця потенціалів наводиться на кінцях металевого стержня довжиною 50 см, який ковзає зі швидкістю 50 см/с вздовж горизонтальної поверхні гладенького дерев'яного столу перпендикулярно до своєї довжини?

Б) Уявіть тепер, що стержень ще й обертається з кутовою швидкістю 2 с^{-1} , а зі швидкістю $u = 50 \text{ см/с}$ рухається його центр мас. Якого максимального значення набуватиме різниця потенціалів на кінцях стержня?

В) На цей стіл поклали два мідні дроти у вигляді синусоїд, розміри і розташування яких вказані на рисунку. Одну з пар кінців двох дротів-синусоїд з'єднали мікроамперметром з внутрішнім опором

10 Ом. Визначте залежність струму від часу через мікроамперметр, коли вздовж синусоїд з тією ж швидкістю 50 см/с поступально рухають той самий стержень як показано на рисунку. За початковий момент часу взяти момент проходження стержнем початку координат. Опором стержня і дротів знехтувати.

Г) Яка середня теплова потужність виділяється в мікроамперметрі?



2. «До зустрічі на орбіті !»

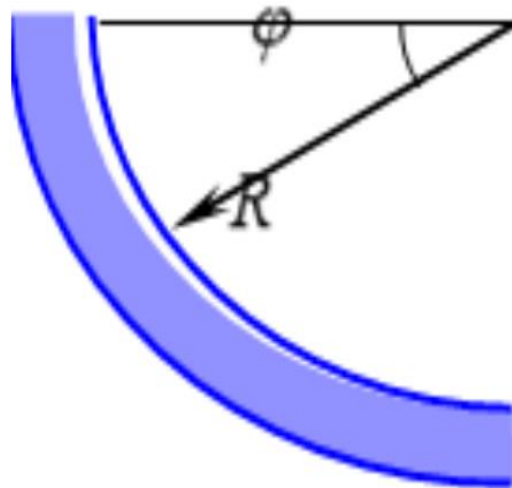
Космічна станція рухається навколо Землі коловою орбітою радіусом 6700 км. Транспортний космічний корабель (ТКК) масою 6 т, що мав пристикуватися до станції, через неточність у розрахунках вийшов на ту саму орбіту, але опинився «попередку» від космічної станції на якихось 12,6 км. ТКК має пристикуватися до станції протягом найближчих годин, щоб передати критично важливе обладнання. ТКК має невеликий запас палива, якого вистачить на маленький час роботи двигуна. Швидкість витікання розпечених газів із сопла двигуна дорівнює 3 км/с. Визначте:

А) мінімальну масу палива, за якої ТКК може зблизитися з космічною станцією та дуже м'яко стикуватися з нею.

Б) Скільки вмикань двигуна для цього знадобиться? Маса Землі дорівнює $M = 6 \cdot 10^{24} \text{ кг}$, гравітаційна стала $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}$. Зміну маси ТКК через витрату палива не враховуйте.

3. «Труба трубі»

При виготовленні ділянки труби, що має форму чверті кола радіуса R , верхній кінець якої відкритий у атмосферу, використали занадто неміцний матеріал: коли в трубу залили воду до рівня $\varphi = \varphi_0$ (див. рис.) труба не витримала. Проектувальники вирішили виправити становище і виготовили трубу зі стінками, товщина яких наростала донизу за законом $d = d_0 + \alpha \sin^2 \varphi$, де d_0 – товщина стінок у трубі-прототипі, а α – константа. Матеріал труби в обох випадках однаковий.



А) За яких значень параметра α це рішення допоможе, якщо метою є заповнити всю ділянку труби?

Б) Уявімо собі, що тепер трубу заповнюють газом під деяким тиском p , при цьому верхній кінець трубки закривають. Яким буде критичне значення цього тиску для труби прототипу і для «зміцненої труби»?

В) Як, на вашу думку, треба було спроектувати зміну товщини труби найоптимальнішим чином (у випадку заповнення водою)? Знайдіть, як вона повинна змінюватися вздовж труби.

Уважайте, що товщина стінок труби набагато менша від її діаметру, який в свою чергу набагато менший від R .

4. "Ігри з пласкою Планетою"

У цьому завданні ми розглянемо планету у формі диску і її особливості. Впродовж всієї задачі можна уважати товщину планети набагато меншою за її радіус. Деякі числові дані: гравітаційна константа $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ Н м}^2/\text{кг}^2$, товщина планети $h = 100 \text{ км}$, радіус планети $R = 10\,000 \text{ км}$, густина матеріалу планети $\rho = 5000 \text{ кг/м}^3$.

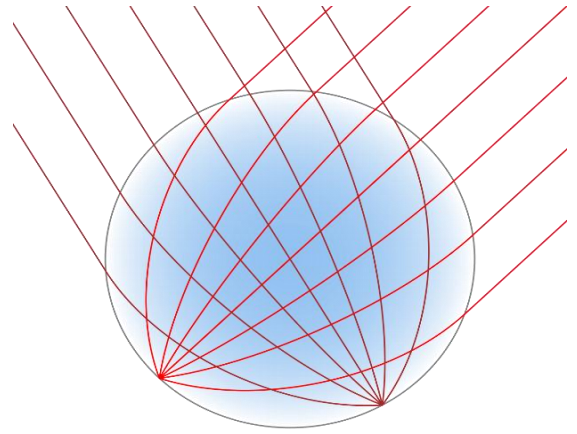
А) Стабільність. На даний момент не було відкрито жодної такої планети. Оцініть, як відносяться власні гравітаційні потенційні енергії дискової планети і планети у формі кулі такої ж маси і густини.

Б) Міцність. Такі планети не можуть сформуватись в результаті натурального формування планет. Та чи можливо зробити їх штучно? Основним обмеженням є міцність матеріалу такої штучної планети. Оцініть механічне напруження в її перерізі і порівняйте з границею міцності сталі $\sigma_M \approx 1 \text{ ГПа}$.

В) Швидка? доставка. Уявімо, що така планета все ж існує, і крізь її центр вздовж вісі симетрії пробурили вузький гладкий канал, що з'єднує дві її протилежні пласкі поверхні. Біля однієї з поверхонь в цей канал відпустили без початкової швидкості вантаж. Знайдіть, через який час T він досягне іншої поверхні.

5. «Лінза Люнеберга»

Лінза Люнеберга все частіше використовується на дешевих дронах-приманках для відволікання вогню протиповітряної оборони. Лінза Люнеберга - це куля з діелектрику з показником заломлення, який збільшується від краю до центру, завдяки чому та фокусує паралельний пучок променів, що на неї падає, у протилежній точці на своїй сферичній поверхні. На рисунку зображені два різні паралельні пучки, які фокусуються у різних точках. Якщо поверхню у місцях фокусування вкрити відбивним матеріалом, то відбиті промені пройдуть лінзою шлях назад і вийдуть з неї паралельним пучком точно у зворотному напрямку. Це створює ілюзію високої відбивної здатності, а отже й значно більшого за розмірами літального апарату.



А) Розгляньте спочатку спрощений випадок: куля зроблена з однорідного прозорого матеріалу і знаходиться всередині паралельного пучка променів. Рівновіддалені від осі симетрії промені з кутом падіння α на поверхню кулі, потрапляють разом з центральним променем в одну точку внутрішньої поверхні лінзи. **Як залежить показник заломлення n від кута α і в якому інтервалі змінюється?**

У подальших пунктах розгляньте лінзу **Люнеберга**, у якій всі промені, що падають на неї з повітря, повністю проходять в неї. Тобто показник заломлення лінзи на її поверхні радіусом R дорівнює показнику заломлення повітря. Формула залежності показника заломлення n цієї лінзи від відстані r до її центру має вигляд: $n(r) = \sqrt{A - B \cdot r^2}$. Додатково врахуйте, що при потраплянні такої лінзи у паралельний пучок променів електромагнітне випромінювання пронизує весь її об'єм.

Б) Який час промінь, що падає на поверхню такої лінзи під кутом α , рухатиметься в ній?

В) Знайдіть коефіцієнти A і B в формулі $n(r)$.

Задачі запропонували: 1, 5. Орлянський О.Ю. 2. Гельфгат І.М. 3. Майзеліс З.О. 4. Пашко М.І., Прасолов О.К.